PRO= MATE

TALLER DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Manual **B 2**

Recrea
Educación para refundar 2040

Educación

Jalisco
GOBIERNO DEL ESTADO

PROMATE - Manual B2
Taller de resolución de
problemas matemáticos
para educación básica

Secretaría de Educación del Estado de Jalisco

Juan Carlos Flores Miramontes
Secretario de Educación del Estado de Jalisco

Pedro Diaz Arias
Subsecretario de Educación Básica

Nadia Soto Chávez
Directora General de Programas Estratégicos

Eduardo Moreno Casillas
Director de Articulación de Programas Estratégicos

Cuauhtémoc Cruz Herrera
Director de Ciencias Exactas y Habilidades Mentales

Edita:

Secretaría de Educación, Gobierno de Jalisco

Edición: septiembre de 2022

Coordinación de producción:
Cuauhtémoc Cruz Herrera
José Javier Gutiérrez Pineda / Ana Itzel López Romero

Coordinación y diseño editorial:
José Lorenzo Figueroa Cornejo

Apoyos de producción:
Moisés Ríos Fajardo

Impreso en México

Presentación

Juan Carlos
Flores
Miramontes

El Modelo Educativo que compartimos aquí surge como respuesta a la demanda social de contar con una educación de calidad que forme individuos capaces de desenvolverse en cualquier ámbito de la vida, con sensibilidad y responsabilidad social. De aquí nuestra intención de formar estudiantes sensibles a su propio proceso de aprendizaje y al de sus compañeros; ésto a través de conocimientos significativos, relevantes, y de consolidar el enfoque humanista e integral.

Es así como la enseñanza de las matemáticas debe recrearse como un conjunto de conceptos, métodos y técnicas que permitan analizar fenómenos y situaciones cotidianas en diferentes contextos, y así, mediante la interpretación de la información cuantitativa y cualitativa con que se cuente, los estudiantes sean capaces de solucionar las problemáticas que se les presenten día a día.

Buscando responder a esta propuesta, surge el **Taller de Resolución de Problemas Matemáticos, *PROMATE***, como una estrategia que desarrolle habilidades del pensamiento lógico matemático en estudiantes de educación básica.

Esta propuesta se basa en la conceptualización de que el conocimiento no es unidireccional, sino una construcción bidireccional entre el asesor y el estudiante, permitiendo que éste se equivoque y culmine en el proceso de su propio aprendizaje. Asimismo, cuenta con elementos de la propuesta teórico-crítica de las matemáticas y de la propuesta sociológica del mismo nombre, la cual propone cuestionar los métodos y resultados a partir de un aprendizaje dialógico y democrático. En esta metodología se observa el trabajo colaborativo, pero lo más importante es el proceso cognitivo interno de cada estudiante.

Los principios refundacionales a los cuales aporta ***PROMATE,*** dentro del Proyecto “Recrea, Educación para Refundar 2040” son: **La formación de ciudadanía y la mejora de la calidad de los aprendizajes en y para la vida**.

De tal manera, seguiremos avanzando hacia la mejora continua de tu educación, niña, niño, joven, estudiante de Jalisco; con la gestión transformadora del sistema educativo como parte de las metodologías que se han implementado para la operación del proyecto del que forma parte este manual que tienes en tus manos.

Cómo usar este manual

El presente manual está dirigido a los alumnos que cursan de 1° a 3° grados de secundaria en el estado de Jalisco, quiénes serán capacitados para utilizar herramientas y estrategias adecuadas para la resolución de problemas matemáticos.

Está dividido en 16 sesiones que comprenden cuatro áreas distintas: Teoría de números, Combinatoria, Geometría y Álgebra. Cada sesión contiene una secuencia de problemas ordenados por dificultad y por tipos de estrategias para trabajar, para la cual, la metodología está basada en el trabajo individual, la guía del entrenador y la socialización de las soluciones con el resto del grupo.

Es importante que en la primera mitad de la sesión se trabaje en la resolución de los problemas de forma individual, y si el alumno tiene un entrenador en ese momento, pueda consultar algunos aspectos de su solución, algunas dudas e incluso pedir alguna pista que lo ayude a resolver el problema. La segunda mitad de la sesión, nos permitirá compartir algunas de nuestras estrategias de solución y conocer las realizadas por el resto del grupo, para acrecentar nuestra gama de estrategias a utilizar en la resolución de problemas.

Índice

PROMATE

Indicaciones generales para cada sesión:

Lee con cuidado todos los problemas.

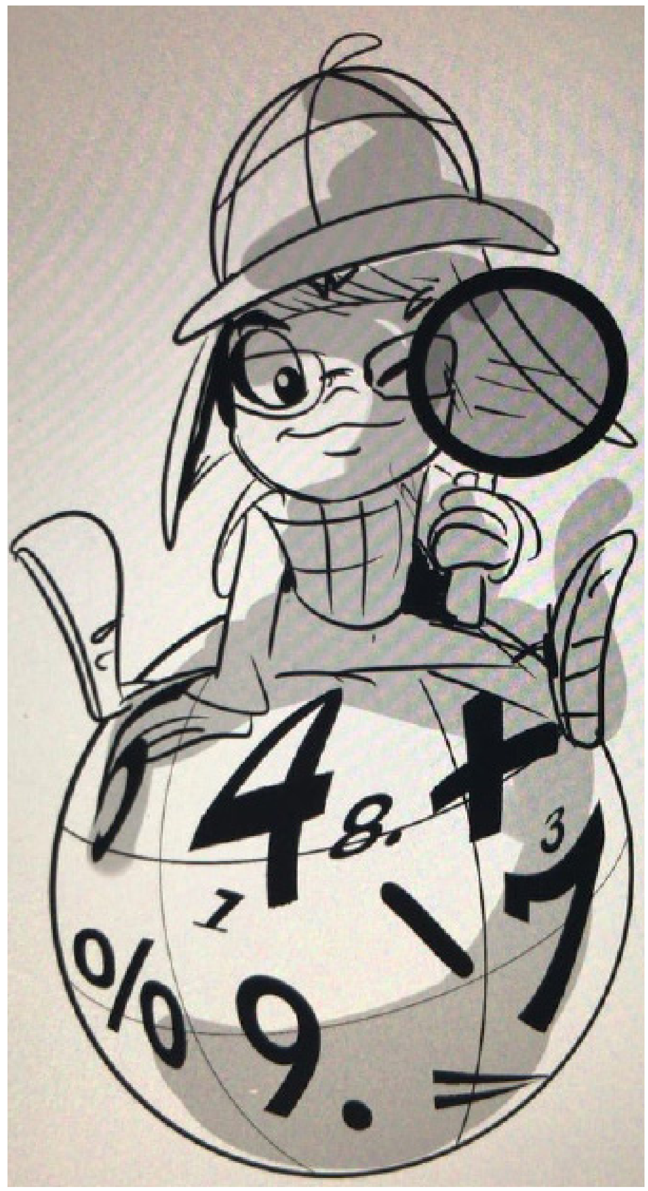
Las preguntas **no son capciosas** y toda la información de cada enunciado es útil.

Puedes intentar cada problema de la manera que tú quieras, **no hay sólo una manera de encontrar la respuesta correcta.**

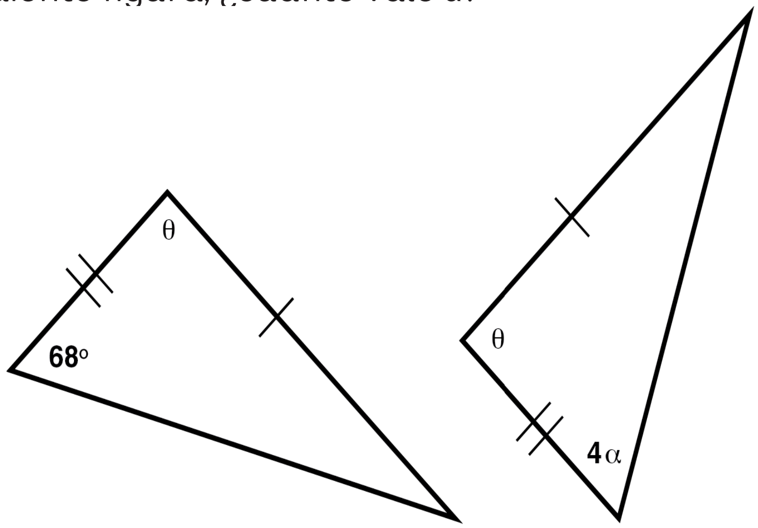
Si tienes **alguna duda** sobre el enunciado de algún problema, **pregunta** cuanto antes al asesor o asesora a cargo.

Intenta todos los problemas y comparte tus ideas con el asesor o asesora y tus compañeros.

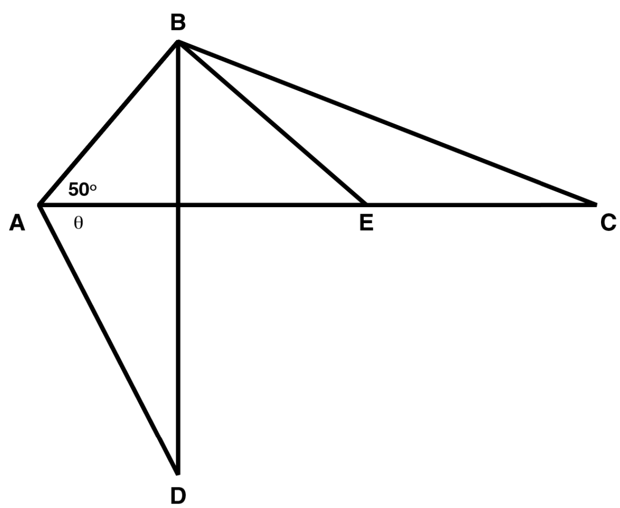
Escribe cada idea y cada paso que vayas recorriendo para tu solución.



1. En la siguiente figura, ¿cuánto vale α?



2. En la siguiente figura, BC = BD, BA = BE y AD = EC.



a) ¿Cuánto mide el ángulo AEB?
b) ¿Cuánto mide el ángulo BEC?
c) ¿Cuánto mide el ángulo DAE?

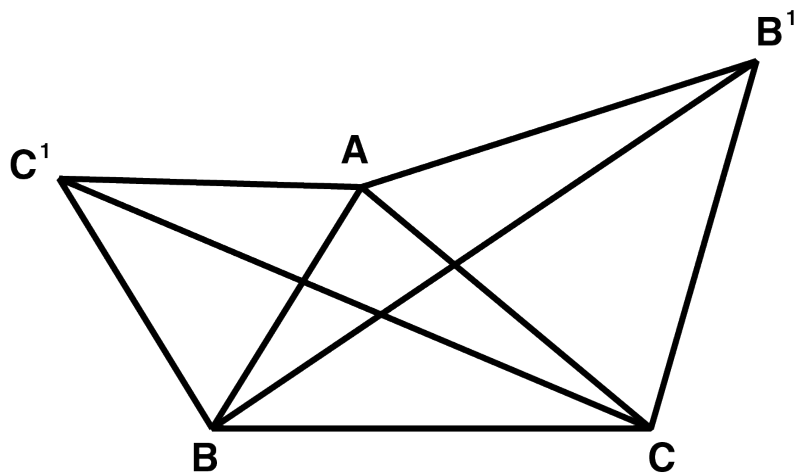
3. Considera un paralelogramo ABCD.

a) ¿Cuáles de los ángulos del paralelogramo miden lo mismo que el ángulo en A?
b) ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos en A y B?
c) ¿Qué otras parejas de ángulos del paralelogramo suman lo mismo que A y B?

4. En el cuadrilátero ABCD, AB es paralelo a CD y AB=CD. ¿Qué clase de cuadrilátero es el ABCD?

5. Sea ABCD un cuadrilátero tal que cada ángulo es igual a su ángulo opuesto en el cuadrilátero. ¿Qué clase de cuadrilátero es ABCD?

6. En la siguiente figura, los triángulos BAC' y CAB' son equiláteros. Si el ángulo BAC mide 80° y el segmento CC' mide 13 cm,



a) ¿Cuánto mide el ángulo CAC'?
b) ¿Cuánto mide el ángulo BAB'?
c) ¿Cuánto mide el segmento BB'?

7. Sobre los catetos AB y CA de un triángulo rectángulo ABC se construyen triángulos equiláteros ABD y CAF. Si el segmento BF mide 5 unidades, ¿cuánto mide el segmento CD?

Nota: Los catetos son los lados que conforman el ángulo recto.

1. María Antonia y Julia quieren entrar a un intercambio de Navidad en el que cada quien dará un regalo a todos y cada uno de los demás. Originalmente había 6 amigos en el intercambio antes de que María Antonia y Julia entraran. ¿Cuántos regalos extras se deberán comprar en total después de que María Antonia y Julia entren al intercambio?

2. En una reunión de la Sociedad de Honor de Ciencias Exactas y Habilidades Mentales, cada persona le dio un apretón de manos a todas las demás. Si en la reunión había 30 personas, ¿cuántos apretones de manos hubo en la reunión?

3. Ana, Paty, Memo, Javier y Montse salieron juntos al centro comercial. Cada uno quería comer en un lugar diferente, así que cada uno fue a un restaurante diferente. Al irse del restaurante, cada uno pidió tres postres para llevarle a tres de sus amigos restantes. ¿Es posible que todos reciban postres de los mismos amigos a los que les dio postres?

4. Un grupo de 7 amigos van a jugar juegos de mesa en una mesa redonda. Ellos acuerdan jugar juntos más de una vez. En cada ocasión se sientan alrededor de una mesa redonda de modo que cada persona tiene a sus dos lados jugadores distintos en juegos diferentes. Si todos quieren sentarse junto a todos los demás, ¿cuál es la mínima cantidad de días que deberán citarse para jugar?

5. Marie Curie y Pierre Curie dan una fiesta en su casa e invitan a otras 4 parejas. Al llegar, cada persona abraza a todas las otras que conoce, aunque nadie abraza a su pareja y nadie abraza más de una vez a otra persona. Al final de la fiesta, Pierre pregunta a Marie y a cada uno de sus ocho invitados cuántos abrazos ha dado y obtiene nueve respuestas diferentes. ¿A cuántas personas abrazó Marie?

1. Encuentra el número impar más grande que sea múltiplo de 3, 5 y 7 y que sea menor que 3000.

2. El producto de dos enteros es 100000, pero ninguno de los dos termina en 0. ¿Cuál es la diferencia de los dos números?

3. ¿Cuántas ternas de enteros positivos (a, b, c) existen tales que $a \times b \times c = 2014$ y $a < b < c$?

4. Si tanto n como $\frac{2142}{n^2}$ son enteros mayores que 1, ¿cuánto vale $\frac{2142}{n^2}$?

5. Un piso rectangular está cubierto por lozas cuadradas iguales. Si las medidas del piso son 15.84 m por 34.02 m, ¿cuál es la mayor cantidad que puede ser el lado de cada loza?

6. Tom escribe en el pizarrón todos los números enteros comenzando con el número 2 y se salta todos los cuadrados perfectos. ¿Cuál es el término que ocupa la posición 2019 en su lista?

7. ¿Cuántos divisores tiene el número 148500000 tales que sean cuadrados perfectos?

1. María Eugenia va a pintar las 5 casas de una cuadra. Pintar una casa completa requiere una cubeta completa de pintura y cada casa se va a pintar de un solo color. María Eugenia tiene 3 cubetas de pintura azul, una cubeta de pintura naranja y una cubeta de pintura blanca. ¿De cuántas maneras diferentes puede pintar las casas?

2. Petra quiere acomodar sus libros de matemáticas en su librero. Ella tiene un libro de geometría, uno de álgebra, uno de teoría de números y dos libros idénticos de combinatoria. ¿De cuántas maneras puede acomodarlos en su librero?

3. Guillermo Octavio tiene una bolsa con 7 tarjetas con números. Él tiene dos tarjetas con el número 1, tres tarjetas con el número 3, una tarjeta con el número 7 y una tarjeta con el número 4. ¿Cuántos números diferentes de 7 cifras puede formar con sus tarjetas?

4. ¿Cuántas palabras diferentes (con o sin sentido) se pueden formar con las letras de la palabra PAPANTLA?

Nota: Cada palabra debe ser de 8 letras.

5. ¿Y con la palabra TLACUACHE?

Nota: Cada palabra debe ser de 9 letras.

6. Para el *Día de muertos*, Paty va a decorar su escuela colgando papeles picados en una línea. Ella tiene 3 pliegos de papel rosa mexicano, 2 pliegos de papel morado, 2 pliegos de papel amarillo, un pliego de papel verde y 2 pliegos de papel negro. ¿De cuántas maneras diferentes puede acomodar los pliegos para decorar su escuela?

1. En la pecera de Fernando hay pulpos y estrellas de mar. Él sabe que en total hay 12 animales viviendo en la pecera. La hermanita de Fernando contó cuántas extremidades tenían en total y contó 75. ¿Cuántos pulpos y cuántas estrellas de mar viven en la pecera de Fernando?

2. Alexis fue el martes a la papelería y pidió 12 copias y 3 impresiones y le cobraron $12. El miércoles volvió porque se le olvidó que necesitaba otra impresión y otras 6 copias, por las que pagó $4.50. ¿Cuánto cuestan las copias?

3. Martín es un año mayor que Teresa y, dentro de 5 años, la suma de sus edades será el triple que la edad actual de Martín. ¿Qué edad tiene cada uno de ellos?

4. Si tú puedes correr a 0.2 km por minuto, y un león puede correr a 0.5 km por minuto, pero liberar al león toma 6 minutos, ¿qué tan lejos puedes correr antes de que te alcance el león?

5. Dos grifos llenaron un depósito de agua de 31 m^3, corriendo el primero en 7 horas y el segundo en 2 horas. Después llenaron otro depósito de 27 m^3, corriendo el primero en 4 horas y el segundo en 3 horas. ¿Cuántos litros vierte por hora cada grifo?

6. La edad de Joaquín y la de su vecino Miguel son números de dos cifras y al cambiar el orden de las cifras de la edad de Joaquín se obtiene la edad de Miguel. Sabemos que la suma de las cifras de la edad de Joaquín es 8 y que dentro de una década la edad de Joaquín será la mitad que la de Miguel. ¿Cuáles son sus edades?

7. Susana va a comprar un terreno y vio uno rectangular tal que si se aumenta la base en 5 metros y se disminuye la altura en otros 5 la superficie no varía; pero si se aumenta la base en 5 y disminuye la altura en 4, la superficie aumenta en 8 m^2. ¿Cuánto miden la base y la altura del terreno?

1. Encuentra el valor de la siguiente suma:

$$\frac{1}{2014}+\frac{2}{2014}+\frac{3}{2014}+\cdots+\frac{2014}{2014}=$$

2. Calcula las siguientes sumas:

a) $2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^{2019} =$

b) $3^0 + 3^1 + 3^2 + \ldots + 3^{2019} =$

c) $5^{100} + 5^{101} + 5^{102} + \ldots + 5^{200} =$

3. Determina el resultado de las siguientes sumas infinitas:

a) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots$

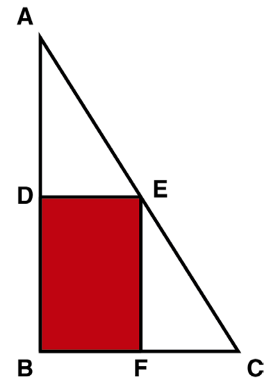
b) $4 - 2 + 1 - \frac{1}{2}+\ldots$

c) $\dfrac{1}{1+2\left(\dfrac{1}{1+2\left(\frac{1}{1+\ldots}\right)}\right)}$

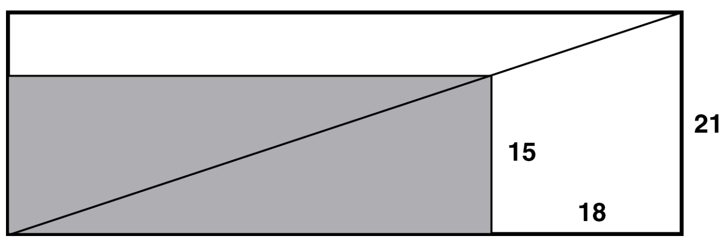
4. Encuentra el valor de x en la siguiente expresión:

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}=2$$

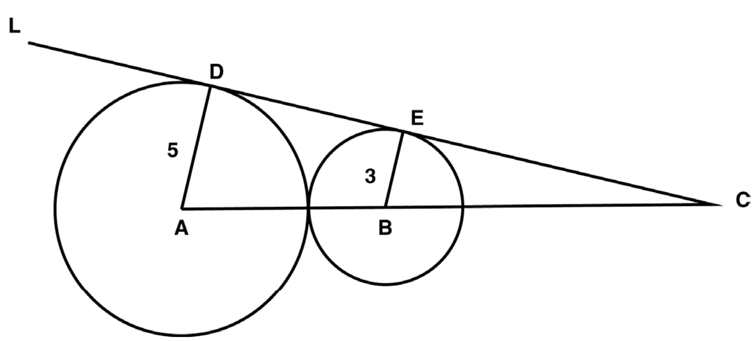
1. Los vértices D, E y F del rectángulo son los puntos medios de los lados del triángulo ABC. Si el área del triángulo ABC es 210 cm^2, encuentra el área (en cm^2) del rectángulo DEFB.



2. Josefina quiere agrandar una foto de ella con su abuelita. Ambas fotos se muestran en la figura, el rectángulo gris es la foto original y el rectángulo blanco representa la foto agrandada. Encuentra el área de la foto original.

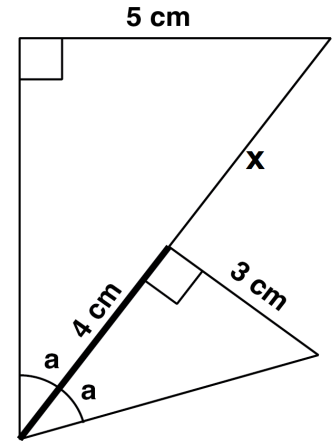


3. Dos circunferencias tangentes exteriormente con centros en los puntos A y B tienen radios de 5 y 3 respectivamente. Una recta tangente externamente a ambos círculos interseca a AB en el punto C. D y E son los puntos de tangencia con ambas circunferencias. ¿Cuánto mide BC?

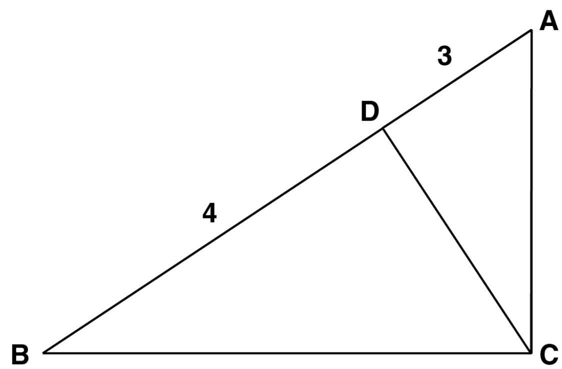


Nota: Si se traza un radio que va al punto de tangencia, siempre forma un ángulo recto con la tangente en ese punto.

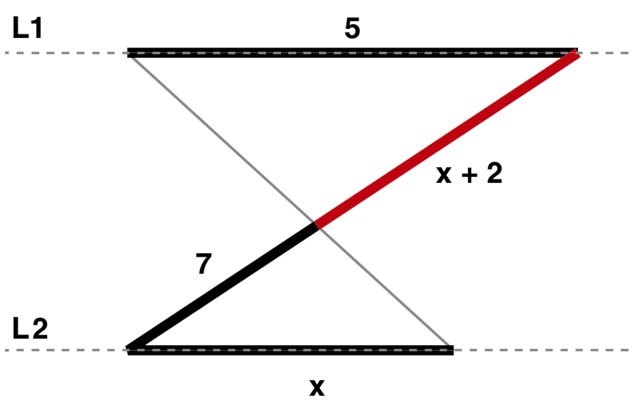
4. En la siguiente figura, los ángulos marcados con a son iguales. Calcula el valor de x en la siguiente figura:



5. Un triángulo ABC tiene un ángulo recto en C. El punto D es el pie de la altura desde C. Si se sabe que AD = 3 y DB = 4, ¿cuál es el área del triángulo ABC?



6. En la siguiente figura, L1 y L2 son paralelas. ¿Cuál es el valor de x?



Las combinaciones cuentan las maneras de elegir elementos de un conjunto, donde no necesariamente importa el orden de las elecciones que se hagan.

1. En un regimiento de hormigas van a elegir a las integrantes de una comisión encargada de ir a explorar la cocina en busca de azúcar. En total, el regimiento tiene 12 hormigas y se van a elegir 2 para ir a la cocina.

a) ¿De cuántas maneras puede elegirse la comisión?

b) Y si la comisión fuera de 10 hormigas, ¿de cuántas maneras puede elegirse quiénes van a ir a explorar?

2. Ulises va a elegir, sin importar el orden, cinco números enteros positivos menores que 24. ¿De cuántas maneras puede hacer Ulises su elección de números?

3. Una caja contiene 5 focos, de los cuales 2 son defectuosos. Si se toman dos focos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos no sean defectuosos?

4. Un panadero vende tres tipos de panes: conchas, donas y empanadas. Al final del día le quedan 9 conchas, 3 donas y 5 empanadas. ¿Cuántas formas tiene el panadero de empacar una docena de panes en una bolsa?

5. En el vivero Coyoacán tienen solamente un ejemplar de cada uno de los 5 tipos de plantas que venden. Un día, Julia va a comprar plantas para su casa. Si quiere comprar por lo menos una planta, ¿cuántas compras diferentes puede hacer Julia?

6. Si en el vivero Caracol tienen solamente un ejemplar de cada uno de los 16 tipos de plantas que venden

a) ¿De cuántas maneras diferentes puede realizar Julia su compra en el vivero Caracol?

b) ¿Cómo describes este fenómeno para cualquier número de plantas?

7. En el salón de Pati hay 36 alumnos y van a acomodarse en equipos de 6 personas.

a) ¿De cuántas maneras puede quedar el equipo de Pati?

b) Y si Pati quiere quedar en el mismo equipo que su amiga Fer, ¿de cuántas maneras se puede armar su equipo?

c) En el mismo salón, Uriel no quiere estar en el mismo equipo que Alejandra ni en el mismo que Jesús. ¿De cuántas maneras puede armar Uriel su equipo?

1. El salón de Carla es cuadrado. El número de bancas que hay por fila es igual al número de filas que hay en el salón. Hoy faltaron 5 niños y 4 niñas, así que sólo llegaron 32 niñas y 23 niños. ¿Cuántas filas hay en el salón de Carla?

2. Pedro necesita construir una caja de aluminio con una base cuadrada, sin tapa y con una altura de 4 cm. Si tiene una hoja cuadrada a la cual solo necesita realizarle cortes de 4 cm en cada esquina y doblar los lados para formar la caja, ¿de qué tamaño es la hoja si la caja tiene una capacidad de 4,900 cm^3?

3. Encuentra el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuya área es de 60 cm^2, si uno de sus catetos es 7 cm mayor que el otro.

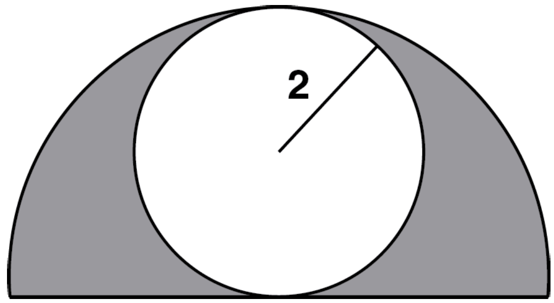
4. La alberca de una unidad deportiva mide 7 m más de largo que de ancho, y 2 m de profundidad. Si el volumen de la alberca es de 340 m^3, ¿cuánto mide el ancho de la alberca?

5. En un sembradío de elotes, las plantas están sembradas en filas y columnas formando una cuadrícula en un rectángulo. Hay 8 plantas más en el ancho del rectángulo que en el largo. Se secaron 6 plantas este año. Si en total quedan 234 plantas vivas, ¿cuántas plantas hay en el largo del terreno?

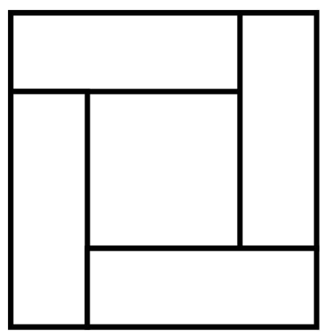
6. Paty quiere construir una alberca en una parte de su patio de 8 m de ancho y 16 m de largo. Paty quiere que el área de la alberca sea de 48 m^2 de tal manera que alrededor de ella pueda poner una banqueta con un ancho constante. ¿Cuánto debe medir el ancho de la banqueta?

7. Alma tiene un jardín rectangular de 80 m de largo por 40 m de ancho. A su alrededor tiene un pasillo con un área de 1,300 m^2, ¿cuál es el ancho del pasillo?

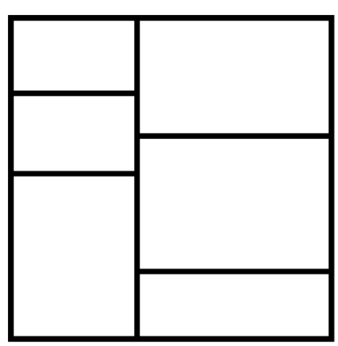
1. Un círculo de radio 2 está inscrito en un semicírculo, como se muestra. El área del semicírculo que está afuera del círculo está sombreada. ¿Qué fracción del área del semicírculo está sombreada?



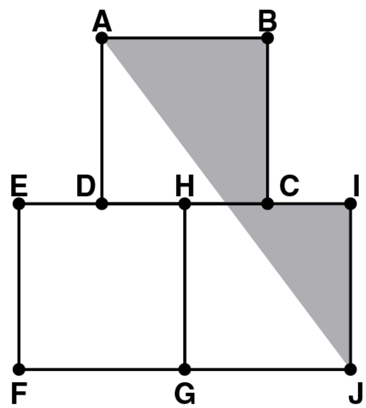
2. Un cuadrado grande está dividido en uno más pequeño rodeado por cuatro rectángulos congruentes como se muestra en la figura. Sabiendo que el perímetro de cada uno de los rectángulos congruentes mide 14 cm, determina el área del cuadrado grande.



3. Un cuadrado de papel se cortó en 6 piezas rectangulares, como se muestra en la figura. Si la suma de los perímetros de todas las piezas es 120, ¿cuál es el área del cuadrado original?

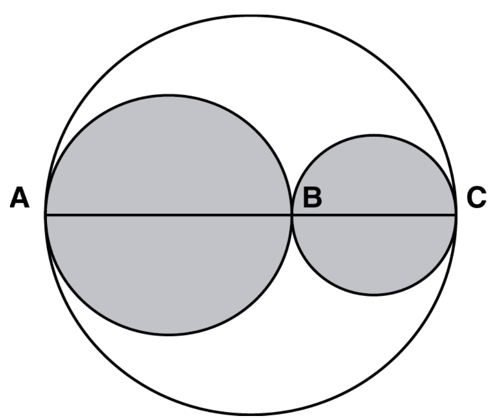


4. Los cuadrados ABCD, EFGH y GHIJ tienen igual área. Los puntos C y D son los puntos medios de los lados IH y HE, respectivamente. ¿Qué fracción de la figura completa está sombreada?



5. En un triángulo ABC, sea D un punto sobre el segmento BC tal que BD = 14 cm, AD = 13 cm y DC = 4 cm. Sabiendo que AB = AC, calcula el área del triángulo ABC.

6. AB, AC y BC son diámetros de los tres círculos mostrados en la figura. Dado que AB : BC = 3 : 2, ¿qué porcentaje del círculo grande está sombreado?



Esta sesión es una introducción a la aritmética modular, conocidas coloquialmente como 'congruencias.' La aritmética modular es muy útil para resolver problemas que tienen que ver con los patrones de residuos. Para hablar más fácilmente de residuos, se usa una notación especial que se encuentra a partir de una división:

$$\begin{array}{r|l} & \mathbf{C} \\ \cline{2-2} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ & \mathbf{D} \end{array}$$

Considerando los elementos de la división, tenemos la siguiente notación:

$$B \equiv D \pmod{A}$$

De aquí notamos que B deja residuo D al ser dividido por A. También se lee "B es congruente con D, módulo A." Veamos un ejemplo con enteros:

$$18 \equiv 3 \pmod{5}$$

Porque al dividir por 5, vemos lo siguiente:

$$\begin{array}{r|r} & \mathbf{3} \\ \cline{2-2} \mathbf{5} & \mathbf{18} \\ & \mathbf{-15} \\ & \mathbf{3} \end{array}$$

Las congruencias tienen algunas propiedades similares a las igualdades:

- Cuando sumamos o restamos en ambos lados, la congruencia se conserva.
- Es reflexiva, es decir: $B \equiv D \pmod{A}$ y $D \equiv B \pmod{A}$ son equivalentes.

1. Vamos a practicar la notación. Encuentra los valores de x en las siguientes congruencias:

a) $29 \equiv x \pmod{8}$
b) $278 \equiv x \pmod{17}$
c) $x \equiv 6 \pmod{13}$

¿Puede haber más de un valor de x en cada caso? Explica por qué.

2. Sofía quiere poner chocolates en bolsitas con 13 piezas cada una. Al principio tenía una caja con 210 chocolates, pero después compró otras 12 cajas iguales. ¿Cuántos chocolates le van a sobrar después de ponerlos en las bolsitas?

3. Supongamos que en este momento son las 10:00 a.m. ¿Qué hora será dentro de 3600 horas? ¿Y qué hora fue hace 3600 horas?

4. En el planeta de los tres soles los días son más largos, así que sus relojes marcan del 1 al 18. La manecilla corta se mueve un número por cada dos horas de la tierra. Un cierto día, Mariana observó la manecilla del reloj durante 368 horas de la tierra. Si la manecilla estaba en el número 18 al iniciar su observación, ¿en qué número se encontraba la manecilla cuando terminó su observación?

5. ¿En qué dígito termina 2^{2017}?

6. El maestro de Paulina castigó a su grupo, dejándoles de tarea averiguar el residuo de dividir 7^{124} entre 6. ¿Cuál es el residuo de dicha división?

En un triángulo se pueden distinguir cuatro grupos de líneas rectas. Éstas son mediatriz, mediana, bisectriz y altura.

Mediatriz
Es una recta perpendicular al lado del triángulo que pasa por el punto medio. El punto donde cruzan las mediatrices de un triángulo es llamado circuncentro. Este punto también es el centro de la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo.

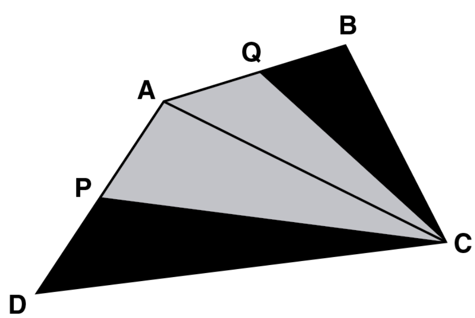
Mediana
Es un segmento que conecta el vértice de un triángulo con el punto medio del lado opuesto al vértice. En un triángulo existen tres medianas, una por cada vértice. El punto donde se cortan estas tres rectas se conoce como baricentro.

Bisectriz
Es la recta que divide al ángulo del vértice del triángulo en dos ángulos iguales. El punto donde cruzan las bisectrices del triángulo es llamado incentro. Este punto es también el centro del círculo tangente a todos los lados del triángulo.

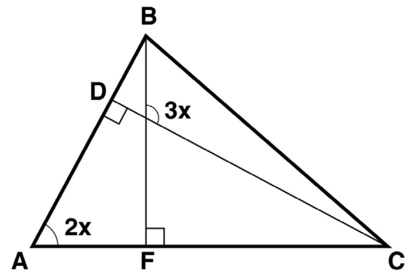
Altura
Es un segmento trazado desde uno de los vértices del triángulo hasta el lado opuesto de este, formando un ángulo recto con él. El punto de intersección de las alturas de un triángulo es llamado ortocentro.

1. En un pedazo de hoja dibuja tres puntos no alineados. Une estos puntos para formar un triángulo y dibuja una circunferencia que pase por los tres puntos. ¿Cómo se llama el centro de esta circunferencia?

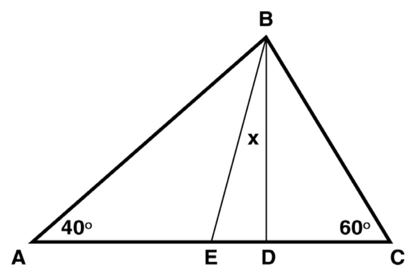
2. El siguiente cuadrilátero ABCD tiene área de 48 cm^2. Los puntos P y Q son los puntos medios de AD y AB respectivamente. Encuentra el área de la región gris.



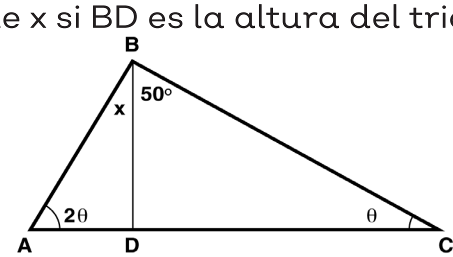
3. Se tiene un triángulo ABC donde se trazan las alturas de los vértices B y C. ¿Cuál es el valor de x?



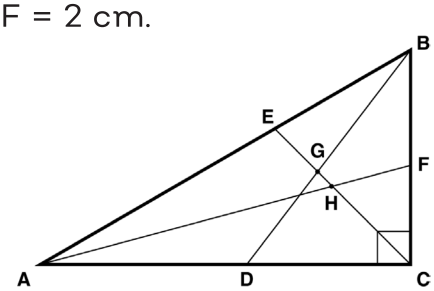
4. En el triángulo ABC se traza la bisectriz BE y la altura BD. ¿Cuál es el valor del ángulo x?



5. Calcula el valor de x si BD es la altura del triángulo ABC.



6. Se tiene el triángulo rectángulo ABC donde BD y AF son las bisectrices de sus ángulos y el segmento CE es la altura. Calcula el valor de GH, si CD = 5 cm y CF = 2 cm.



1. El producto de tres enteros mayores que 1 distintos entre sí es 100. ¿Cuáles son estos tres enteros?

2. ¿Es 557 un número primo?

3. Javier escribió la contraseña de su casillero como se muestra abajo. Para que nadie la sepa, aun si encuentran el papel, borró un par de números y recordó las siguientes pistas:

103_2_

a) El número es múltiplo de 3.
b) El número es múltiplo de 8.
c) El número es múltiplo de 11.

¿Cuál es la contraseña de Javier?

4. Los enteros de dos dígitos, desde el 19 hasta el 93, se escriben consecutivamente para formar un gran entero:

$$N = 19202122232425...90919293$$

Determina la mayor potencia de 3 que divide a N de forma exacta.

5. Sea *abc* un número de tres cifras (*a*, *b* y *c*) y múltiplo de 27. Demuestra que *cab* también es múltiplo de 27.

6. ¿Cuál es el criterio de divisibilidad de 2^n?

1. Intercalar los símbolos "+" o "-" entre los siguientes números:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

¿Es posible que la suma sea cero? Explica por qué.

2. Intercala los símbolos "+" o "-" entre los siguientes números:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

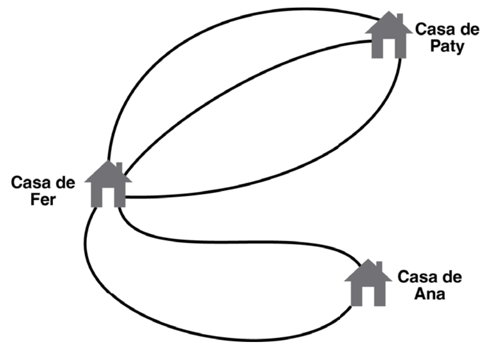
¿Es posible que la suma sea cero? Explica por qué.

3. El producto de 22 enteros es igual a 1. ¿La suma de esos 22 números podría ser cero? Explica por qué.

4. Un cuadrado mágico de 3x3 es una cuadrícula de 3x3 cuadritos al que se le escriben números en cada casilla, de tal forma que, si se suman los tres números de cada renglón, o los tres números de cada columna, o los tres números de cada diagonal, se obtiene el mismo número. ¿Es posible llenar las casillas de un cuadrado mágico con los primeros 9 números primos? (Los primeros 9 números primos son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23).

5. Si 25 niñas y 25 niños se sientan alrededor de una mesa, resulta que siempre hay alguien que está sentado o sentada entre dos niñas. ¿Por qué pasa esto?

1. Paty, Fer y Ana van a ir a una convención de zurdos. Todos se van a juntar en casa de Ana antes de ir a la convención. Paty debe ir a casa de Ana, pero antes debe pasar por Fer. De la casa de Paty a la casa de Fer hay tres caminos y de la casa de Fer a la casa de Ana hay dos.

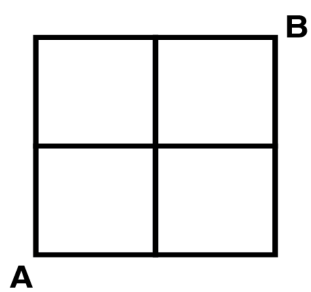


a) ¿De cuántas maneras puede ir Paty a la casa de Ana?

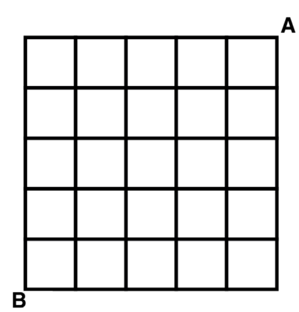
b) ¿De cuántas maneras pueden volver los tres a casa de Paty, si no pueden usar el mismo camino que usó Paty?

Nota: Se considera un camino diferente si al menos uno de los segmentos es distinto.

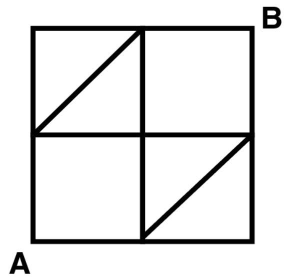
2. Considera la figura siguiente. ¿De cuántas maneras se puede ir del punto A al punto B si sólo se puede ir de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba?



3. Considerando la figura siguiente, ¿de cuántas maneras se puede ir del punto A al punto B si sólo se puede ir hacia abajo y de derecha a izquierda?

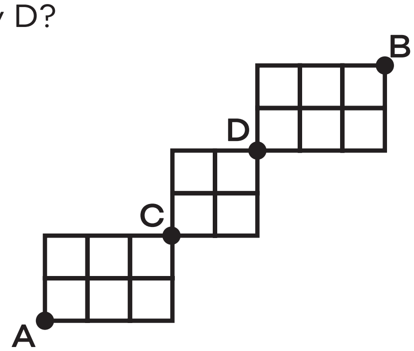


4. ¿De cuántas maneras se puede ir del punto A al punto B si sólo se puede ir de izquierda a derecha y hacia arriba?



5. El pueblo de Ananas Comosus tiene forma de piña como se muestra en la figura. Petra quiere ir del palacio nacional a la tienda. ¿De cuántas maneras puede hacerlo si sólo puede ir diagonal hacia abajo?

6. Si sólo se puede avanzar hacia arriba o hacia la derecha sobre las líneas de la cuadrícula, ¿de cuántas maneras se puede ir del punto A al punto B pasando por C y D?



7. Considera una cuadrícula de 2021 cuadritos de lado. Se quiere ir de la esquina inferior izquierda a la esquina superior derecha. ¿De cuántas maneras se puede hacer si sólo se puede avanzar hacia arriba y hacia la derecha?

1. En la escuela de Javier hubo una búsqueda del tesoro. En cada ronda se le dio una pista a cada equipo. Las pistas fueron las siguientes:

- *Pista 1:* En la siguiente operación, cada letra representa un dígito:

$$\begin{array}{r} a\,b\,c\,+ \\ c\,b\,a\ \ \\ \hline 1\,9\,8\ \ \end{array}$$

- *Pista 2*: En la siguiente operación, cada letra representa un dígito:

$$a + c = 10$$

Para ganar el tesoro, los estudiantes deben de poner con números la siguiente palabra: ACABA. Uno de los integrantes de los equipos se dio cuenta de que hay más de un número para ganar el tesoro. Encuentra todos.

2. Un número de 5 dígitos tiene la propiedad de que, si pones al final del número un 1, el resultado es tres veces mayor que si el 1 lo pones al inicio del número. Encuentra el número.

3. Encuentra todos los números enteros positivos que son iguales a 11 veces la suma de sus dígitos.

4. Encuentra todos los enteros positivos menores que 2020 que son iguales a tres veces la suma de sus cifras.

5. Encuentra todos los números de dos cifras tales que la suma del cubo de sus dígitos sea igual a tres veces el número que resulta de intercambiar los dígitos del original.

6. Encuentra todos los números N que tienen las siguientes propiedades:

a) El número N es de cuatro o más cifras (mayor o igual que 1000).

b) Al borrar la primera cifra de la izquierda al número N resulta un número que es 1/57 de N.

7. Una pareja de números de dos cifras (a, b) es invertible cuando:

a) a es menor que b.

b) a y b no son múltiplos de 11.

c) b no se obtiene al invertir las cifras de a.

d) Al multiplicar los números a y b el resultado es igual al obtenido si cambiamos la posición de las cifras de a y b.

Por ejemplo, la pareja de números (46, 96) es invertible ya que además de cumplir las primeras tres propiedades cumple con la última: 46 x 96 = 64 x 69

Encuentra todas las parejas invertibles (a, b) que existen.

PRO=MATE

TALLER DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Manual B 2
fue editado en
septiembre de 2022,
para uso exclusivo
de la Secretaría
de Educación del
Estado de Jalisco.

PROMATE